

แบบฝึกหัด

1. ปริภูมิย่อยคู่ใดตั้งฉากกัน

(a) $\text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}, \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

(b) $\text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$

(c) $\text{span} \left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$

2. จงหาฐานหลัก (basis) ของปริภูมิย่อย (subspace) U ของ \mathbb{R}^4 ซึ่งนิยามจากสมการ

$$2x - y + z + 3w = 0$$

3. จากฐานหลัก ในข้อก่อน จงใช้กระบวนการแกรม-ชมิท (Gram-Schmidt process) สร้างฐานหลักเชิงตั้งฉาก (orthogonal basis)

4. จงหาเวกเตอร์การฉาย (projection) และเวกเตอร์การฉายเชิงตั้งฉาก (orthogonal projection) ของเวกเตอร์ $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix}$ บนปริภูมิ

ย่อยที่มีฐานหลัก คือ $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

5. พิจารณา

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

ซึ่งเป็นฐานหลักของปริภูมิย่อยหนึ่ง จงสร้างฐานหลักเชิงตั้งฉากปรกติ (orthonormal basis) จาก \mathcal{S} โดยใช้กระบวนการแกรม-ชมิท (Gram-Schmidt process)

6. พิจารณา

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

ซึ่งเป็นฐานหลักของปริภูมิย่อยหนึ่ง จงสร้างฐานหลักเชิงตั้งฉากปรกติ (orthonormal basis) จาก \mathcal{S} โดยใช้กระบวนการแกรม-ชมิท (Gram-Schmidt process)